

# Príklady na NLP a stratifikáciu

## 1 Normálne logické programy

Normálny logický program (NLP)  $P$  je množina pravidiel tvaru:

$$r: A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_m, \text{not } A_{m+1}, \dots, \text{not } A_n$$

kde  $0 \leq m \leq n$  a  $A_i$  sú atómy.

Značíme  $\text{body}^+(r) = \{A_1, \dots, A_m\}$  a  $\text{body}^-(r) = \{A_{m+1}, \dots, A_n\}$ .

Interpretácia  $I$  spĺňa:

- telo pravidla  $r$  ak  $\text{body}^+(r) \subseteq I$  a  $\text{body}^-(r) \cap I = \emptyset$ .
- pravidlo  $r$ , ak  $A_0 \in I$  vždy keď  $I$  spĺňa telo pravidla  $r$ .

$I$  je modelom  $P$ , ak spĺňa všetky pravidlá.

**Úloha 1.** Dokážte, že každý normálny logický program má model.

**Príklad 1.** Zbierka normálnych logických programov na ktorých budeme riešiť úlohy.

1.

$$\begin{aligned} p &\leftarrow \text{not } q \\ r &\leftarrow \\ q &\leftarrow q, \text{not } r \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} p(X) &\leftarrow q(X), \text{not } r(X) \\ p(X) &\leftarrow q(X), \text{not } t(X) \\ r(X) &\leftarrow s(X), \text{not } t(X) \\ t(a) &\leftarrow \\ s(a) &\leftarrow \\ s(b) &\leftarrow \\ q(a) &\leftarrow \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} \text{even}(0) &\leftarrow \\ \text{even}(S(X)) &\leftarrow \text{not } \text{even}(X) \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned} p &\leftarrow q, \text{not } r \\ w &\leftarrow p \\ q &\leftarrow \end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned} p &\leftarrow \text{not } q \\ q &\leftarrow \text{not } p \end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned} p(0) &\leftarrow \text{not } q(X) \\ q(S(X)) &\leftarrow \text{not } q(X) \end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned} p &\leftarrow \text{not } q \\ q &\leftarrow r, \text{not } p \end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned} p(f(X)) &\leftarrow p(X), \text{not } q(X) \\ p(a) &\leftarrow \\ q(X) &\leftarrow \text{not } r(X) \\ r(a) &\leftarrow \end{aligned}$$

9.

$$\begin{aligned} a(1) &\leftarrow b(1) \\ b(1) &\leftarrow c(1) \\ d(1) &\leftarrow \end{aligned}$$

10.

$$\begin{aligned} p(X) &\leftarrow \text{not } p(f(X)) \\ q(a) &\leftarrow \end{aligned}$$

11.

$$\begin{aligned} p(X) &\leftarrow q(X), \text{not } r(X) \\ r &\leftarrow \text{not } t \\ s &\leftarrow \\ t &\leftarrow \end{aligned}$$

**Úloha 2.** Pre každý program z príkladu 1:

- s konečnou Herbrandovskou bázou nájdite všetky modely.
- nájdite všetky minimálne modely.

$T_P$  operátor priameho dôsledku nad herbrandovskou bázou  $B_P$  NLP  $P$  je definovaný nasledovne

$$T_P(I) = \{A \in B_P \mid \exists r \in \text{Ground}(P), \text{head}(r) = A \wedge \text{body}^+(r) \subseteq I \wedge \text{body}^-(r) \cap I = \emptyset\}$$

**Úloha 3.** Ukážte, že  $T_P$  nad NLP nie je monotónny.

Interpretácia  $I$  je *podopretá* vzhľadom na NLP  $P$  ak pre všetky atómy  $A \in I$  platí: existuje pravidlo  $r \in \text{Ground}(P)$  také, že  $\text{head}(r) = A$  a  $I$  spĺňa telo pravidla  $r$ .

**Úloha 4.** Majme NLP  $P$  a interpretáciu  $I$ . Dokážte:

- $T_P(I) \subseteq I$  práve vtedy keď  $I$  je model  $P$ .
- $T_P(I) \supseteq I$  práve vtedy keď  $I$  je podopretá.

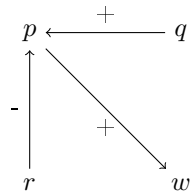
**Úloha 5.** Dokážte: v NLP je každý minimálny model aj podopretý. Platí aj opačná implikácia?

## 2 Stratifikácia

**Príklad 2.** Uvažujme program 4 z príkladu 1:

$$\begin{aligned} p &\leftarrow q, \text{not } r \\ w &\leftarrow p \\ q &\leftarrow \end{aligned}$$

Jeho závislostný graf vyzerá nasledovne:



Vidíme, že  $P$  vieme stratifikovať do troch vrstiev

$$P_1 = \{q \leftarrow\}$$

$$P_2 = \{p \leftarrow q, \text{not } r\}$$

$$P_3 = \{w \leftarrow p\}$$

Potom štandardný model programu  $P$  je model  $M_3$ , ktorý získame iteráciou

$$M_0 = \emptyset$$

$$M_1 = T_{P_1} \uparrow \omega(M_0) = \{q\}$$

$$M_2 = T_{P_2} \uparrow \omega(M_1) = \{p\} \cup M_1$$

$$M_3 = T_{P_3} \uparrow \omega(M_2) = \{w\} \cup M_2 = \{p, q, w\}$$

**Úloha 6.** Pre každý program z príkladu 1 pomocou závislostného grafu zostrojte level mapping a ukážte, či je stratifikovaný alebo aspoň lokálne stratifikovaný. Pre stratifikované programy nájdite štandardný model.

**Úloha 7.** Každý stratifikovaný NLP je aj lokálne stratifikovaný. Zdôvodnite!