

Príklady na defaultovú logiku

1 Kombinatorické úlohy

Úloha 1. Majme množinu defaultových pravidiel $D = \{\frac{a:p}{p}, \frac{b:\neg p}{\neg p}, \frac{c:r}{r}\}$. Nájdite množinu formúl E takú, aby teória (E, D)

- mala práve jednu extenziu,
- mala práve dve extenzie,
- nemala extenziu.

Úloha 2. Napíšte defaultovú teóriu, ktorá „simuluje“ hod „normálnou“ hracou kockou, ktorá vždy „vygeneruje náhodné číslo“ od jedna po šesť. Rôzne extenzie majú zodpovedať rôznym možným hodom.

Úloha 3. Koľko extenzií má teória (\emptyset, D) , kde D je tvaru $\{\frac{:a_1}{a_1}, \frac{:\neg a_1}{\neg a_1}, \dots, \frac{:a_n}{a_n}, \frac{:\neg a_n}{\neg a_n}\}$ a $n \geq 1$. Dokážte indukciou cez n .

Úloha 4. Na vstupe máme orientovaný graf a množinu rôznych farieb. Našou úlohou je zafarbiť každý vrchol tak, aby nemal rovnakú farbu ako jeho sused.

Formalizujte v jazyku defaultovej logiky problém farbenia grafu tak, aby extenzie teórie zodpovedali možným riešeniam. Uvažujte nejaký konkrétny graf (vymyslíte si) a napríklad tri rôzne farby. Nájdite všetky extenzie.

2 Operátor odvodenia nad defaultovou logikou

Pre danú defaultovú teóriu $T = (E, D)$ označme množinu všetkých extenzií ako $\mathcal{EX}(T)$.

Nech J_{FOL} je množina všetkých formúl prvorádovej logiky. Pre nejakú zafixovanú množinu D defaultových pravidiel a množinu formúl $E \subseteq J_{FOL}$ vieme zadefinovať dva rôzne operátory odvodenia nad defaultovou logikou:

skeptický $Cn_{def-sk}^D(E) = \{\phi \in J_{FOL} \mid \phi \in \bigcap \mathcal{EX}(E, D)\}$,

dôverčivý $Cn_{def-dôv}^D(E) = \{\phi \in J_{FOL} \mid \phi \in \bigcup \mathcal{EX}(E, D)\}$,

Operátor odvodenia (Tubovoľný) Cn je *kumulatívny* ak pre všetky A, B platí: $A \subseteq B \subseteq Cn(A)$ implikuje $Cn(A) = Cn(B)$.

Nasledujúci príklad ukáže, že ani jeden z operátorov $Cn_{def-sk}^D, Cn_{def-dôv}^D$ nie je kumulatívny.

Príklad 1. Majme $D = \{\frac{:p}{p}, \frac{p \vee q : \neg p}{\neg p}\}$, $A = \emptyset$ a $B = \{p \vee q\}$. Ľahko overíme, že $\mathcal{EX}(A, D) = Cn_{FOL}(\{p\})$ a podobne $\mathcal{EX}(B, D) = \{Cn_{FOL}(\{p\}), Cn_{FOL}(\{p \vee q, \neg p\})\}$. Keďže teória (A, D) má iba jednu extenziu, $Cn_{def-sk}^D(A, D) = Cn_{def-dôv}^D(A, D) = Cn_{FOL}(\{p\})$. Na druhej strane $Cn_{def-sk}^D(B, D) = Cn_{FOL}(\emptyset)$ a $Cn_{def-dôv}^D(B, D) = Cn_{FOL}(\{p\}) \cup Cn_{FOL}(\{p \vee q, \neg p\})$. Keďže $p \in Cn_{def-sk}^D(A, D) \setminus Cn_{def-sk}^D(B, D)$ a súčasne $\neg p \in Cn_{def-dôv}^D(B, D) \setminus Cn_{def-dôv}^D(A, D)$, ani jeden z operátorov nespĺňa kumulatívnosť.

Úloha 5. *Ktoré z vlastností platia pre $Cn_{def-dôv}^D$ a Cn_{def-sk}^D :*

- *reflexívnosť*
- *slabá idempotentnosť*
- *zachovávanie konzistentnosti*
- *korektnosť*
- *slabá korektnosť*
- *monotónnosť*

3 Formalizácia

Nasledovné znalosti formalizujte v jazyku defaultovej logiky a nájdite všetky extenzie. Ktoré základné literály (literály, ktoré neobsahujú premenné) platia v dôverčivom usudzovaní a ktoré v skeptickom?

Úloha 6. *Vtáky obvykle lietajú. Abnormálne vtáky sú vtáky, ktoré nelietajú. Tučniak je abnormálny vták. Tweety je tučniak.*

Úloha 7. *Najväčšie mesto je väčšinou hlavným mestom. Sídlo parlamentu je obvykle hlavným mestom. Bonn je sídlom parlamentu a Berlín je najväčšie mesto.*

Doplňte teóriu tak, aby krajina nemala súčasne dve rôzne hlavné mestá.

Úloha 8. *Mastný flák sa väčšinou nedá odstrániť lacným pracím prostriedkom. Kvalitný prací prostriedok ho ale obvykle odstráni. Bonus je lacný a kvalitný prací prostriedok.*

Navrhните teóriu tak, aby mala dve rôzne extenzie.

Úloha 9. *Dracula je netopier. Netopiere sú cicavce. Netopiere väčšinou lietajú. Mŕtve veci nelietajú. Cicavce obvykle nelietajú. Dracula je mŕtvy.*

Uvažujte rovnaké zadanie s obmenenou vetou „Mŕtve veci obvykle nelietajú“. Ako sa zmení teória a jej extenzie?

Úloha 10. *Peter je vysokoškolák. Dospelí sú väčšinou zamestnaní. Vysokoškoláci sú obvykle dospelí a nezamestnaní.*

Navrhните teóriu tak, aby mala dve rôzne extenzie.