Príklady na argumentáciu

1 Poraziteľné logické programy

Poraziteľný logický program je dvojica $\mathcal{P} = (\mathcal{S}, \mathcal{D})$, kde $\mathcal{S}$ je množina striktných a $\mathcal{D}$ množina poraziteľných pravidiel.

$\lceil . \rceil$ je funkcia, ktorá defeasible (poraziteľné) pravidlo prekonvertuje na atóm.

Atóm nad programom $\mathcal{P} = (\mathcal{S}, \mathcal{D})$ je tvaru

- $p(c_1, \dots, c_n)$, kde $p(\cdot_1, \dots, \cdot_n)$ je n-árny predikát nachádzajúci sa v programe a c_i sú ľubovoľné konštanty z programu $\mathcal{P}$.
- $\lceil r \rceil$, kde r je defeasible pravidlo z $Ground(\mathcal{P})$.

Literál je atóm A alebo jeho negácia $\neg A$.

Symbol $\rightsquigarrow$ použijeme na označenie striktnej $\rightarrow$ alebo poraziteľnej $\Rightarrow$ implikácie.

Definícia 1. Nech $\mathcal{P} = (\mathcal{S}, \mathcal{D})$ je poraziteľný logický program. *Argument* je výraz A tvaru:

- $[\sim L]$ kde L je literál. Argument takého tvaru nazveme *defaultový predpoklad.*

$$\begin{aligned}
\textsc{Prop}(A) &= \sim L \\
\textsc{TopRule}(A) &= \textit{nedefinovane} \\
\textsc{Prems}(A) &= \{\sim L\} \\
\textsc{Concs}(A) &= \emptyset \\
\textsc{Rules}(A) &= \emptyset \\
\textsc{SubArgs}(A) &= \{A\}
\end{aligned}$$

- $[A_1, \dots, A_n \rightsquigarrow L]$ kde A_i, $1 \le i \le n$, sú argumenty, a $r\colon \textsc{Prop}(A_1), \dots, \textsc{Prop}(A_n) \rightsquigarrow L$ je pravidlo v $\mathcal{P}$.

$$\begin{aligned}
\textsc{Prop}(A) &= L \\
\textsc{TopRule}(A) &= r \\
\textsc{Prems}(A) &= \textstyle\bigcup_{i=1}^{n} \textsc{Prems}(A_i) \\
\textsc{Concs}(A) &= \textstyle\bigcup_{i=1}^{n} \textsc{Concs}(A_i) \cup \{L\} \\
\textsc{Rules}(A) &= \textstyle\bigcup_{i=1}^{n} \textsc{Rules}(A_i) \cup \{r\} \\
\textsc{SubArgs}(A) &= \textstyle\bigcup_{i=1}^{n} \textsc{SubArgs}(A_i) \cup \{A\}
\end{aligned}$$

Príklad 1. Majme poraziteľný logický program:

$$\Rightarrow a.$$

Množina všetkých atómov nad týmto programom je $\{a, \lceil \Rightarrow a \rceil\}$.

Množina všetkých literálov nad týmto programom je $\{a, \neg a, \lceil \Rightarrow a \rceil, \neg \lceil \Rightarrow a \rceil\}$.

Množina všetkých argumentov nad týmto programom je

$$\{[\sim a], [\sim \neg a], [\sim \lceil \Rightarrow a \rceil], [\sim \neg \lceil \Rightarrow a \rceil], [\Rightarrow a]\}$$

Príklad 2. Majme poraziteľný logický program:

$$\begin{aligned} &\rightarrow q(0). \\ q(X), \sim s(X) &\Rightarrow p(X). \\ &\rightarrow s(1). \\ &\rightarrow s(2). \end{aligned}$$

Uzemnenie programu je

$$\begin{aligned} &\rightarrow q(0). \\ q(0), \sim s(0) &\Rightarrow p(0). \\ q(1), \sim s(1) &\Rightarrow p(1). \\ q(2), \sim s(2) &\Rightarrow p(2). \\ &\rightarrow s(1). \\ &\rightarrow s(2). \end{aligned}$$

Množina všetkých atómov At nad týmto programom je

$$At = \{q(n), s(n), p(n), \lceil q(n), \sim s(n) \Rightarrow p(n) \rceil \mid 0 \leq n \leq 2\}$$

Množina všetkých literálov Lit nad týmto programom je

$$Lit = At \cup \{\neg A \mid A \in At\}$$

Množina všetkých argumentov nad týmto programom je

$$\{[\sim L] \mid L \in Lit\} \cup \{Q_0, [\rightarrow s(1)], [\rightarrow s(2)], [Q_0, \sim s(0) \Rightarrow p(0)]\}$$

kde Q_0 je argument $[\rightarrow q(0)]$. Všimnime si, že keďže nemáme argument s dôsledkom $q(1)$, nemáme ani argument s dôsledkom $p(1)$.

Príklad 3. Majme poraziteľný logický program:

$$\begin{aligned} a &\quad\Rightarrow\quad b. \\ c &\quad\Rightarrow\quad \neg\lceil a \Rightarrow b \rceil. \end{aligned}$$

Množina všetkých atómov At nad týmto programom je

$$At = \{a, b, c, \lceil a \Rightarrow b \rceil, \lceil c \Rightarrow \neg \lceil a \Rightarrow b \rceil \rceil\}$$

Množina všetkých literálov Lit nad týmto programom je

$$Lit = At \cup \{\neg A \mid A \in At\}$$

Množina všetkých argumentov nad týmto programom je

$$\{[\sim L] \mid L \in Lit\}$$

Všimnime si, že reťazením pravidiel nevytvoríme žiadne argumenty.

Úloha 1. Nájdite všetky argumenty nad programom

1.

$$a \;\rightarrow\; b$$

2.

$$\begin{aligned} a \;&\rightarrow\; b \\ &\rightarrow\; a \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} &\rightarrow\; penguin(tweety) \\ &\rightarrow\; ab(tweety) \\ penguin(X) \;&\rightarrow\; bird(X) \\ bird(X) \;&\Rightarrow\; fly(X) \\ penguin(X), \sim ab(X) \;&\Rightarrow\; \neg fly(X) \\ penguin(X), \sim ab(X) \;&\Rightarrow\; \neg\lceil bird(X) \Rightarrow fly(X)\rceil \end{aligned}$$

2 Abstraktné argumentačné rámce

Úloha 2. Pre nasledovné argumentačné rámce nájdite uzemnenú extenziu a všetky úplné, stabilné a preferované extenzie:

1. $(\{A_1, A_2, A_3\}, \{(A_1, A_2), (A_2, A_3)\})$
2. $(\{A_1, A_2, A_3\}, \{(A_1, A_2), (A_2, A_3), (A_3, A_1)\})$
3. $(\{A, B, C, D\}, \{(A, B), (B, A), (A, C), (B, C), (C, D)\})$
4. $(\{A, B, C, D\}, \{(A, B), (B, C), (C, B), (C, D)\})$
5. $(\{A_1, A_2, A_3, A_4\}, \{(A_1, A_2), (A_2, A_3), (A_3, A_4), (A_4, A_1), (A_1, A_1), (A_3, A_3)\})$
6. $(\{A, B, C, D, E\}, \{(A, B), (B, C), (C, D), (D, C), (D, E)\})$
7. $(\{A, B, C, D\}, \{(A, A), (A, C), (B, C), (C, D)\})$
8. $(\{A, B, C, D, E\}, \{(A, B), (B, A), (B, C), (C, D), (D, E), (E, C)\})$

Pre daný rámec AF označme $\mathrm{ADMISSIBLE}(AF), \mathrm{COMPLETE}(AF), \mathrm{PREFERRED}(AF), \mathrm{STABLE}(AF)$ všetky prípustné, úplné, preferované a stabilné extenzie.

Úloha 3. Majme ľubovoľný argumentačný rámec AF. Dokážte nasledovné inklúzie

$$\mathrm{ADMISSIBLE}(AF) \supseteq \mathrm{COMPLETE}(AF) \supseteq \mathrm{PREFERRED}(AF) \supseteq \mathrm{STABLE}(AF)$$

Nájdite príklady na neostré inklúzie.

3 Procedurálna sémantika

Značkovanie je zobrazenie argumentov do množiny $\{i, o, u\}$.

Príklad 4. Tri možné úplné značkovania rámca $(\{A, B\}, \{(A, B), (B, A)\})$:

1. $A \mapsto i$, $B \mapsto o$
2. $A \mapsto o$, $B \mapsto i$
3. $A \mapsto u$, $B \mapsto u$

Úloha 4. Spravte nejaké úplné značkovanie na argumentačných rámcoch z príkladu 2.

Ťah je dvojica (pl, arg), kde $pl \in \{opp, pro\}$ je hráč a arg je argument.

Majme argumentačný rámec $(\mathcal{A}, Defeat)$. Dialógový strom pre argument $A \in \mathcal{A}$ je strom s koreňom (pro, A) spĺňajúci vlastnosti:

- Nech (pro, B) je nejaký uzol v dialógovom strome, kde $B \in \mathcal{A}$. Potom uzol (opp, C) je jeho syn práve vtedy keď $(C, B) \in Defeat$.
- Nech (opp, B) je nejaký uzol v dialógovom strome, kde $B \in \mathcal{A}$. Potom uzol (pro, C) je jeho syn práve vtedy keď $(C, B) \in Defeat$ a hráč pro ešte argument C na ceste z koreňa do uzla (opp, B) nepoužil.

Ako pomocou dialógového stromu zistiť, či daný argument A patrí do uzemnenej extenzie?

1. Vytvoríme dialógový strom pre A
2. Aplikujme prípustné značkovanie v dialógovom strome: listy sú označené i. Vnútorný vrchol je označený i (resp. o) ak všetci jeho synovia sú označení o (resp. ak existuje syn, ktorý je i).
3. Argument v koreni je v uzemnenej extenzii práve vtedy keď je označený i.

Príklad 5. Uvažujme argumentačný rámec na obrázku

$$\begin{tikzcd}
& C \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[dr] & & \\
A \arrow[r] & B \arrow[r] & D \arrow[r] & E
\end{tikzcd}$$

Označkovaný dialógový strom pre argument E vyzerá nasledovne (podčiarknutie znamená označenie i).

$$\begin{tikzcd}
& (pro, \underline{E}) & & & \\
& (opp, D) \arrow[u] & & & \\
(pro, \underline{C}) \arrow[ur] & & & (pro, B) \arrow[ull] & \\
(opp, B) \arrow[u] & & (opp, \underline{A}) \arrow[ur] & & (opp, \underline{C}) \arrow[ul] \\
(pro, \underline{A}) \arrow[u] & & & &
\end{tikzcd}$$

Úloha 5. Pre každý argumentačný rámec $(\mathcal{A}, Defeat)$ z úlohy 1 a pre každý argument z $\mathcal{A}$ dialógovým stromom ukážte či argument patrí do uzemnenej extenzie.