

4. domáca úloha z predmetu
1-AIN-160 Matematika (3) ZS 2018/19

Tatiana Jajcayová Ján Komara

18. novembra 2019

1. príklad

Nech $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ je definovaná takto:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{ak } x > 0, \\ -2x & \text{ak } x \leq 0. \end{cases}$$

- (a) Dokážte, že f je injektívna a surjektívna.
- (b) Nájdite f^{-1} .

Riešenie 1. príkladu

Táto časť obsahuje riešenie 1. príkladu.

2. príklad

Dokážte, že

- (a) množina všetkých (konečných) slov nad konečnou abecedou je spočítateľná množina.
- (b) systém všetkých konečných podmnožín množiny prirodzených čísel je spočítateľná množina.

Riešenie 2. príkladu

Táto časť obsahuje riešenie 2. príkladu.

3. príklad

Nech $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \exists y(x = 2y \vee x = y^2)\}$. Zostrojte surjektívne zobrazenie $f : \mathbb{N} \rightarrow A$. Tým dokážete, že A je spočítateľná množina.

Riešenie 3. príkladu

Táto časť obsahuje riešenie 3. príkladu.

4. príklad

Nájdite explicitné vyjadrenie pre tieto (nekonečné) postupnosti:

(a) $1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, \dots$

(b) $0, -1, 1, -2, 2, -3, 3, \dots$

Riešenie 4. príkladu

Táto časť obsahuje riešenie 4. príkladu.

5. príklad

Dokážte: Ak A, B sú spočítateľné množiny, potom aj ich karteziánsky súčin $A \times B$ je spočítateľná množina.

Riešenie 5. príkladu

Táto časť obsahuje riešenie 5. príkladu.