

4. domáca úloha z predmetu 1-AIN-160 Matematika (3) ZS 2016/17

Ján Komara

21. novembra 2016

Pokyny

Príklady vypracujte podrobne. Píšte tak, aby človek, ktorý bude vašu úlohu kontrolovať mohol ľahko sledovať vaše argumenty a sled vašich myšlienok - skúste sa vžiť do jeho situácie. Výsledok bez zdôvodnenia nestačí a za len výsledok (hoci správny) bez postupu nebudete môcť dostať plný počet bodov. Neodpisujte riešenia iných; napíšte len to, čomu naozaj rozumiete a čomu veríte - úlohou úlohy je sa niečo naučiť a precvičiť si. Zjavne odpísané úlohy dostanú 0 bodov. Nad príkladmi samozrejme nemusíte rozmýšľať v poradí v akom sú zadané, ale odovzdať napísané ich v tomto poradí musíte (aby sa vo vašej úlohe dalo vyznať). Viditeľne označte začiatok každého príkladu a ak riešenie niektorého príkladu neodovzdávate, napíšte aj tak jeho číslo a vynechajte trochu miesta. Používajte notáciu a terminológiu, ktorú sme zaviedli na prednáške a cvičeniach. Úlohu môžete konzultovať s vašim cvičiacim, so mnou alebo môžete navštíviť Akademické podporné centrum (Pondelok 14:00 - 15:40 v I-23).

Odovzdať:

v MOODLE do 23:00 pondelok, 5. decembra.

Úlohu musíte naeditovať a odovzdať ako *pdf súbor*.

Úloha je za 10 bodov.

1. príklad

Dokážte, že zobrazenie $f : A \rightarrow B$ je bijektívne práve vtedy, keď existuje zobrazenie $g : B \rightarrow A$ také, že

$$\forall x \in A \ g(f(x)) = x \wedge \forall y \in B \ f(g(y)) = y.$$

2. príklad

Nech $A = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid x \leq y\}$. Zostrojte bijekciu $f : A \rightarrow \mathbb{N}$ a zobrazenia $g, h : \mathbb{N} \rightarrow A$ také, že

$$\forall x, y \in A \ g(f(x, y)) = x \wedge \forall x, y \in A \ h(f(x, y)) = y.$$

Návod. Bijekciu f navrhnite tak, ako je to uvedené v tabuľke:

$f(x, y)$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	3	6	10	15	21
1		2	4	7	11	16	22
2			5	8	12	17	23
3				9	13	18	24
4					14	19	25
5						20	26
6							27

Riešenie vyjadrite pomocou T_n a T_m^{-1} .

3. príklad

Dokážte, že množina všetkých zobrazení z množiny celých čísel do množiny celých čísel je nespočítateľná množina.