
2-AIN-108 Výpočtová logika: Prvorádová logika

Gentleman punishes or kills everyone who insults a lady.
Whoever insults a lady, is rude.
Gentleman kills only an enemy who attacks him.
Rude people are gentleman's enemies.
Peggy Sue is a lady.
Billy Boy insulted Peggy Sue.
Jackie is a gentleman.
Billy Boy attacked Jackie.

1 Syntax

1. *Abeceda* je množina symbolov.

Aké druhy symbolov obsahuje abeceda jazyka prvého rádu?

Do ktorého druhu patria symboly *gentleman*, *punished*, *killed*, *insulted*, *lady*, *attacked*, *rude*, *enemy*, *PeggySue*, *BillyBoy*, *Jackie*?

Akú majú aritu?

2. *Slovo* je reťazec (konečná postupnosť) symbolov.

Termy aj formule sú slová nad abecedou jazyka prvého rádu. Zvoľte si nejakú abecedu jazyka prvého rádu a uveďte príklady slov nad touto abecedou, ktoré

- (a) sú termom
- (b) nie sú termom
- (c) sú formulou
- (d) nie sú formulou

Postupnosťou ktorých symbolov je nasledujúce slovo?

$$(\forall x)(killed(Jackie, x) \rightarrow attacked(x, Jackie))$$

Ktoré podformule obsahuje nasledovná formula?

$$((\forall x)killed(Jackie, x) \rightarrow attacked(x, Jackie))$$

Ktoré výskyty premenných sú v predchádzajúcej formuli voľné/viazané?

3. *Jazyk* je množina slov.

Jazyk prvorádovej logiky obsahuje všetky formule skonštruované nad abecedou jazyka prvého rádu. Zvoľte si nejakú abecedu jazyka prvého rádu a uveďte príklady slov nad touto abecedou, ktoré

- (a) patria do jazyka prvorádovej logiky
- (b) nepatria do jazyka prvorádovej logiky

4. Keby sme chceli rozšíriť jazyk prvorádovej logiky o booleovské konštanty *pravda* (symbol \top) a *nepravda* (symbol \perp), ako by sa zmenili definície abecedy, termu, alebo formule?

2 Formalizácia

1. Formalizujte:

- (a) Gentlemen are not rude.
- (b) There is a rude gentleman.

Aký je rozdiel medzi nasledovnými formulami?

- (a) $(\forall x)(\phi(x) \wedge \psi(x))$ a $(\forall x)(\phi(x) \rightarrow \psi(x))$
- (b) $(\exists x)(\phi(x) \wedge \psi(x))$ a $(\exists x)(\phi(x) \rightarrow \psi(x))$

2. S ktorými formulami je ekvivalentná nasledovná formula:

$$(\forall x)((\exists y)killed(x, y) \rightarrow murderer(x))$$

- (a) $(\forall x)(\exists y)(killed(x, y) \rightarrow murderer(x))$
- (b) $(\forall x)(\forall y)(killed(x, y) \rightarrow murderer(x))$

S ktorými formulami je ekvivalentná nasledovná formula:

$$(\forall x)(murderer(x) \rightarrow (\exists y)killed(x, y))$$

- (a) $(\forall x)(\forall y)(murderer(x) \rightarrow killed(x, y))$
- (b) $(\forall x)(\exists y)(murderer(x) \rightarrow killed(x, y))$

3. Formalizujte znalosti obsiahnuté v texte z úvodu cvičení.