

4. domáca úloha z predmetu 1-AIN-121 Matematika (1) ZS 2021/22

Ján Komara

21. novembra 2021

1. príklad

Nech a_n je postupnosť prirodzených čísel definovaná vzťahom:

$$\begin{aligned}a_0 &= 0 \\a_1 &= 1 \\a_2 &= 2 \\a_{n+3} &= a_{n+2} + a_{n+1} + 2a_n + 2.\end{aligned}$$

Dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí nerovnosť

$$a_n < 2^n.$$

Riešenie 1. príkladu

Táto časť obsahuje riešenie 1. príkladu.

2. príklad

Nech f_n je postupnosť prirodzených čísel definovaná vzťahom:

$$\begin{aligned}f_0 &= 0 \\f_1 &= 1 \\f_2 &= 2 \\f_3 &= 3 \\f_{n+4} &= f_{n+3} - 2f_{n+2} + 3f_n + 4.\end{aligned}$$

Uvažujme ďalej funkciu g definovanú primitívnou rekurziou so substitúciou v parametroch:

$$\begin{aligned}g(0, a, b, c, d) &= d \\g(n + 1, a, b, c, d) &= g(n, b, c, d, d - 2c + 3a + 4).\end{aligned}$$

Dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí

$$f_{n+3} = g(n, 0, 1, 2, 3).$$

Riešenie 2. príkladu

Táto časť obsahuje riešenie 2. príkladu.