

Vzorové príklady pre 1. domácu úlohu

Ján Komara

4. októbra 2021

1. príklad

Uvažujme digitálne hodiny, ktoré sú nastavené na európsky 24-hodinový cyklus. Tie ukazujú denný časový údaj vo formáte

hodiny:minúty:sekundy.

Tak napríklad 01:24:58 je časový údaj, ktorý sa na takýchto hodinách môže vyskytnúť.

Spočítajme, koľkokrát za deň sa na hodinách vyskytne časový údaj

$$H_1H_2 : M_1M_2 : S_1S_2$$

taký, že

$$H_1 < H_2 < M_1 < M_2 < S_1 < S_2.$$

Riešenie

Najprv si všimnime, že prvý časový údaj s uvedenými vlastnosťami má tvar 01:23:45, zatiaľ čo posledný takýto údaj má tvar 12:34:59.

Desiatky sekúnd S_1 sa musia vyberať spomedzi čísel $\{4, 5\}$. Pre každé také $S_1 \in \{4, 5\}$ vyberieme ďalej päťice čísel $H_1H_2M_1M_2S_2$ tak, aby platilo

$$0 \leq H_1 < H_2 < M_1 < M_2 < S_1 < S_2 \leq 9.$$

Ak $S_1 = 4$, tak počet možností takýchto výberov je rovný číslu 5, pretože vtedy musí platiť

$$H_1 = 0 \wedge H_2 = 1 \wedge M_1 = 2 \wedge M_2 = 3 \wedge 5 \leq S_2 \leq 9.$$

Ak $S_1 = 5$, tak počet možností takýchto výberov je rovný číslu 5×4 , pretože vtedy musí platiť

$$0 \leq H_1 < H_2 < M_1 < M_2 \leq 4 \wedge 6 \leq S_2 \leq 9.$$

Hľadaný počet časových údajov je tak rovný číslu

$$5 + 5 \times 4 = 25.$$

2. príklad

Kolko 6-ciferných čísel pozostávajúcich len z nenulových cifier neobsahuje dve za sebou idúce tie isté cifry?

Riešenie

Podľa pravidla súčinu hľadaný počet je rovný číslu

$$9 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 9 \times 8^5.$$