

8. domáca úloha z predmetu 1-AIN-121

Matematika (1) ZS 2020/21

Ján Komara

5. decembra 2020

Pokyny

Príklady vypracujte podrobne. Píšte tak, aby človek, ktorý bude vašu úlohu kontrolovať, mohol ľahko sledovať vaše argumenty a tiež sled vašich myšlienok (skúste sa vžiť do jeho situácie). Výsledok bez zdôvodnenia nestačí. Za výsledok bez postupu (hoci správny) nebudete môcť dostať plný počet bodov. Neodpisujte riešenia iných. Napíšte len to, čomu naozaj rozumiete a čomu veríte. Cieľom týchto úloh je totiž sa niečo naučiť a precvičiť si to. Zjavne odpísané úlohy dostanú 0 bodov. Nad príkladmi nemusíte samozrejme rozmýšľať v tom poradí, v akom sú zadané. Odovzdať ich napísané v tomto poradí ale musíte (aby sa vo vašom riešení dalo vyznať). Viditeľne označte začiatok každého príkladu. Ak riešenie niektorého príkladu neodovzdávate, napíšte aj tak jeho číslo a vynechajte trochu miesta. Používajte notáciu a terminológiu, ktorú sme zaviedli na prednáške a cvičeniach. Úlohu môžete konzultovať s vašim cvičiacim alebo navštívte akademické podporné centrum (pondelok 14:00 - 15:30 online).

Odovzdať:

v MOODLE do 18:00 piatok, 11. decembra.

Úlohu musíte odovzdať ako *pdf súbor*.

Úloha je za 8 bodov.

1. príklad

Dokážte tvrdenie:

Zobrazenie $f : A \rightarrow B$ je injektívne práve vtedy, keď pre každé $X_1 \subseteq A$ a $X_2 \subseteq A$ platí rovnosť $f(X_1 \cap X_2) = f(X_1) \cap f(X_2)$.

Návod. V dôkaze doporučujeme využiť niektorú z nasledujúcich vlastností. Ich použite netreba explicitne vyznačovať.

$$\forall x \forall y (\{x\} \cap \{y\} = \emptyset \leftrightarrow x \neq y) \quad (1)$$

$$\forall A \forall B A \cap B = B \cap A \quad (2)$$

$$\forall A \forall B A \cap B \subseteq A \quad (3)$$

$$\forall A \forall B \forall C (C \subseteq A \cap B \leftrightarrow C \subseteq A \wedge C \subseteq B) \quad (4)$$

$$\forall A \forall B (A = B \leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A). \quad (5)$$

Nech $f : A \rightarrow B$. Potom

$$f(\emptyset) = \emptyset \quad (6)$$

$$\forall x \in A f(\{x\}) = \{f(x)\} \quad (7)$$

$$\forall X_1 \forall X_2 (X_1 \subseteq X_2 \subseteq A \rightarrow f(X_1) \subseteq f(X_2)). \quad (8)$$

2. príklad

Nech $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ a $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Koľko je injektívnych zobrazení $f : A \rightarrow B$ takých, že $f(\{1, 2, 3, 4\}) \supseteq \{1, 2\}$?