3. domáca úloha z predmetu 1-AIN-121 Matematika (1) ZS 2019/20

Ján Komara

12. novembra 2019

Pokyny

Príklady vypracujte podrobne. Píšte tak, aby človek, ktorý bude vašu úlohu kontrolovať, mohol ľahko sledovať vaše argumenty a tiež sled vašich myšlienok (skúste sa vžiť do jeho situácie). Výsledok bez zdôvodnenia nestačí. Za výsledok bez postupu (hoci správny) nebudete môcť dostať plný počet bodov. Neodpisujte riešenia iných. Napíšte len to, čomu naozaj rozumiete a čomu veríte. Cieľom týchto úloh je totiž sa niečo naučiť a precvičiť si to. Zjavne odpísané úlohy dostanú 0 bodov. Nad príkladmi nemusíte samozrejme rozmýšľať v tom poradí, v akom sú zadané. Odovzdať ich napísané v tomto poradí ale musíte (aby sa vo vašom riešení dalo vyznať). Viditeľne označte začiatok každého príkladu. Ak riešenie niektorého príkladu neodovzdávate, napíšte aj tak jeho číslo a vynechajte trochu miesta. Používajte notáciu a terminológiu, ktorú sme zaviedli na prednáške a cvičeniach. Úlohu môžete konzultovať s vašim cvičiacim alebo navštívte akademické podporné centrum (pondelok 14:00 - 15:40 v I-23).

Odovzdať:

v MOODLE do 18:00 pondelok, 18. novembra.

Úlohu musíte odovzdať ako *pdf súbor*.

Úloha je za 8 bodov.

1. príklad

Nájdite obor pravdivosti výrokovej formy

$$|x+1| \leq x^2 + 2x - 1$$

definovanej nad oborom reálnych čísel. Dokážte, že vaše riešenie je správne.

Návod. V dôkaze doporučujeme využiť niektorú z nasledujúcich vlastností absolútnej hodnoty reálneho čísla a súčinu reálnych čísel:

$$\forall x \forall y (y \leq |x| \leftrightarrow y \leq x \vee y \leq -x) \tag{1}$$

$$\forall x \forall y (|x| \leq y \leftrightarrow x \leq y \wedge -x \leq y) \tag{2}$$

$$\forall x \forall y (xy \geq 0 \leftrightarrow x \geq 0 \wedge y \geq 0 \vee x \leq 0 \wedge y \leq 0) \tag{3}$$

$$\forall x \forall y (xy \leq 0 \leftrightarrow x \leq 0 \wedge y \geq 0 \vee x \geq 0 \wedge y \leq 0). \tag{4}$$

2. príklad

Nech a_n je postupnosť čísel definovaná vzťahom:

$$\begin{aligned} a_0 &= 0 \\ a_1 &= 2 \\ a_{n+2} &= 2a_{n+1} + 3a_n + 4. \end{aligned}$$

Dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí nerovnosť

$$a_n < 3^n.$$