1.2 Základné množinové operácie

Úvodná poznámka. V tejto časti sa budeme venovať základným množinovým operáciam, ktoré nám umožnia vytvoriť jednoduchým spôsobom nové množiny z daných. Jednoznačnosť popisu jednotlivých množinových operácií plynie z axiómy extenzionality. Pri neformálnom popise množinových operácií a ich vlastností budeme používať Vennove diagramy. Vtedy predpokladáme, že všetky množiny, s ktorými pracujeme, sú podmnožiny nejakej základnej množiny.

1.2.1 Prázdna množína. Zápis $\emptyset$ označuje prázdnu množinu:

$$\emptyset = \{x \mid x \neq x\}.$$

Odtiaľ dostavame, že $\forall x\, x \notin \emptyset$, t.j. $\neg\exists x\, x \in \emptyset$.

1.2.2 Zjednotenie množín. Zápis $A \cup B$ znamená zjednotenie množín A a B:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}.$$

Ak A a B sú podmnožiny nejakej základnej množiny U, potom

$$A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \vee x \in B\}.$$

Podobný vzťah sa dá vyjadriť aj pre nasledujúce množinové operácie.

1.2.3 Prienik množín. Zápis $A \cap B$ znamená prienik množín A a B:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}.$$

Všimnime si, že platí

$$A \cap B = \{x \in A \mid x \in B\} = \{x \in B \mid x \in A\}.$$

1.2.4 Doplnok množiny. Nech A je podmnožina nejakej základnej množiny U. Zápis $\overline{A}$ znamená doplnok (komplement) množiny A do U:

$$\overline{A} = \{x \in U \mid x \notin A\}.$$

Všimnime si, že v označení $\overline{A}$ nie je explicitne uvedená základná množina U. Aby sme jednoznačne určili zmysel takéhoto zápisu, budeme požívať nasledujúcu konvenciu: doplnkom budeme rozumieť vždy doplnok do nejakej základného univerza, ktorý je známa z kontextu.

1.2.5 Rozdiel množín. Zápis $A \setminus B$ znamená rozdiel (diferenciu) množín A a B:

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \land x \notin B\}.$$

Všimnime si, že platí

$$A \setminus B = \{x \in A \mid x \notin B\}.$$

1.2.6 Potenčná množina. Zápis $\mathcal{P}(A)$ znamená potenčnú množinu množiny A:

$$\mathcal{P}(A) = \{B \mid B \subseteq A\}.$$

1.2.7 Usporiadané dvojice. Zápis (x, y) značí usporiadanú dvojicu objektov x a y (v tomto poradí). Prvok x resp. y sa nazýva prvá resp. druhá projekcia (súradnica, zložka) usporiadanej dvojice.

Základnú vlastnosť usporiadaných dvojíc vyjadruje tento vzťah

$$(x_1, x_2) = (y_1, y_2) \leftrightarrow x_1 = y_1 \land x_2 = y_2.$$

Usporiadané dvojice môžeme definovať napríklad takýmto predpisom

$$(x, y) = \big\{\{x\}, \{x, y\}\big\}.$$

1.2.8 Karteziánsky súčin dvoch množín. Zápis $A \times B$ znamená karteziánsky súčin množín A a B:

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \land x \in B\}.$$

Čiže

$$\forall z \Big(z \in A \times B \leftrightarrow \exists x \exists y \big(z = (x, y) \land x \in A \land y \in B\big)\Big).$$

1.2.9 Počet prvkov konečnej množiny. Zápis $|A|$ znamená počet prvkov konečnej množiny A.