

Cvičenia

Spočítateľné množiny

6.1. Nájdite explicitné vyjadrenie pre tieto (nekonečné) postupnosti:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$$

$$0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, \dots$$

$$0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, \dots$$

$$1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$$

$$-1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, \dots$$

$$1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, \dots$$

$$1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, \dots$$

$$1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, \dots$$

6.2. Nájdite explicitné vyjadrenie pre tieto (nekonečné) postupnosti:

$$0, 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots$$

$$0, -1, 1, -2, 2, -3, 3, -4, \dots$$

6.3. Zorad'ite do postupnosti tieto množiny:

$$\{x \in \mathbb{N} \mid 2 \mid x\}$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid 2 \mid x\}$$

$$\{x \in \mathbb{N} \mid \forall d \in \mathbb{N} (d \mid x \rightarrow d = 1 \vee 2 \mid d)\}$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid 2 \mid x\} \cup \{x \in \mathbb{N} \mid \forall d \in \mathbb{N} (d \mid x \rightarrow d = 1 \vee 2 \mid d)\}$$

Nespočítateľné množiny

6.4. Nech $|K| \geq 2$. Dokážte, že množina všetkých nekonečných postupností prvkov z K je nespočítateľná.

6.5. Dokážte, že nasledujúce množiny sú nespočítateľné:

- (i) Množina všetkých nekonečných postupností celých čísel je nespočítateľná.
- (ii) Množina všetkých nekonečných postupností racionálnych čísel je nespočítateľná.

6.6. Dokážte, že nasledujúce množiny sú nespočítateľné:

- (i) Množina všetkých zobrazení z množiny celých čísel do množiny prirodzených čísel.

- (ii) Množina všetkých zobrazení z množiny celých čísel do množiny celých čísel.
- (iii) Množina všetkých zobrazení z množiny celých čísel do racionálnych čísel.

6.7. Dokážte, že nasledujúce množiny sú nespočítateľné:

- (i) Systém všetkých podmnožín množiny celých čísel.
- (ii) Systém všetkých podmnožín množiny racionálnych čísel.