Domáca úloha 8 Diskrétna matematika II Leto 2009-10

Zadané: Streda, 21. apríl
Odovzdať: Do piatku **7.mája** vášmu cvičiacemu.

Príklady vypracujte podrobne. Píšte tak, aby človek, ktorý bude vašu úlohu kontrolovať, mohol ľahko sledovať vaše argumenty a sled vašich myšlienok. Výsledok bez zdôvodnenia nestačí. Neodpisujte riešenia iných. Každý príklad napíšte na novú stranu papiera a viditeľne označte, o ktorý príklad ide. Používajte notáciu a terminológiu, ktorú sme zaviedli na prednáške a cvičeniach. Veľa zdaru!

Úloha je za 10 bodov

1. Dokážte, že $(L_1 \cap L_2) \cdot L_3 \subseteq L_1 \cdot L_3 \cap L_2 \cdot L_3$
   Na príklade tiež ukážte, že rovnosť nemusí vždy platiť.

2. Pre $\Sigma = \{x, y\}$, využite konečné jazyky zo Σ^* a množinové operácie na opis takej množiny reťazcov zo Σ^* ktorá
   (a) obsahuje x práve raz
   (b) obsahuje x práve dva krát
   (c) začína znakom x
   (d) končí reťazcom yxy
   (e) začína znakom x, alebo končí reťazcom yxy, alebo obe naraz
   (f) začína znakom x, alebo končí reťazcom yxy, nie však obe naraz

3. Nech $\Sigma = \{0, 1\}$ a nech $A \subseteq \Sigma^*$ je jazyk definovaný rekurzívne takto:
   - Symboly 0, 1 sú oba z A - to je báza našej definície; a
   - Pre každé slovo x z A, je slovo $0x1$ tiež z A - toto tvorí rekurzívny proces.

   (a) Nájdite v A štyri rôzne slová - dve s dĺžkou 3 a dve s dĺžkou 5.
   (b) Použite danú rekurzívnu definíciu a ukážte, že 0001111 je z A.
   (c) Vysvetlite, prečo 00001111 nie je z A.

4. Nech $M = (S, \mathcal{I}, \mathcal{O}, \tau, \omega)$ je konečný automat,
kde $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}, \mathcal{I} = \{a, b, c\}, \mathcal{O} = \{0, 1\}$
a τ, ω sú určené tabuľkou:

	τ			ω		
	a	b	c	a	b	c
s_0	s_0	s_3	s_2	0	1	1
s_1	s_1	s_1	s_3	0	0	1
s_2	s_1	s_1	s_3	1	1	0
s_3	s_2	s_3	s_0	1	0	1

(a) Ak je s_0 počiatočný stav, aký je výstup pre vstupný reťazec *abbccc*?

(b) Nakreslite stavový diagram tohoto konečného automatu.

5. Nech $\mathcal{I} = \mathcal{O} = \{0, 1\}$.

(a) Skonštruujte diagram konečného automatu, ktorý rozpoznáva každý výskyt podreťazca 0000 v reťazci $x \in \mathcal{I}^*$. (Podreťazce sa môžu prekrývať.)

(b) Skonštruujte diagram konečného automatu, ktorý rozpoznáva každý taký výskyt podreťazca 1010 v reťazci $x \in \mathcal{I}^*$, ktorý končí na pozícii, ktorá je násobkom štyroch. (Tu sa jasne reťazce nemôžu prekrývať.)

6. Nech $\mathcal{I} = \mathcal{O} = \{0, 1\}$. Hovoríme, že reťazec $x \in \Sigma^*$ má *párnu* paritu, ak obsahuje párny počet znakov 1. Skonštruujte stavový diagram konečného automatu, ktorý rozpoznáva všetky neprázdne reťazce s párnou paritou.