
Domáca úloha 2 Diskrétna matematika II Leto 2009-10

Zadané: Streda, 24. februára

Odovzdať: Do piatku **5.marca** vášmu cvičiacemu.

Príklady vypracujte podrobne. Píšte tak, aby človek, ktorý bude vašu úlohu kontrolovať, mohol ľahko sledovať vaše argumenty a sled vašich myšlienok. Výsledok bez zdôvodnenia nestačí. Neodpisujte riešenia iných. Každý príklad napíšte na novú stranu papiera a viditeľne označte, o ktorý príklad ide. Používajte notáciu a terminológiu, ktorú sme zaviedli na prednáške a cvičeniach. Veľa zdraru!

Úloha je za 10 bodov

1. Nech A, B, C sú množiny. Uvažujme relácie $\mathcal{R}_1 \subseteq A \times B$, $\mathcal{R}_2 \subseteq B \times C$ a $\mathcal{R}_3 \subseteq B \times C$.
 - (a) Dokážte, že $\mathcal{R}_1 \circ (\mathcal{R}_2 \cup \mathcal{R}_3) = (\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_2) \cup (\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_3)$
 - (b) Dokážte, že $\mathcal{R}_1 \circ (\mathcal{R}_2 \cap \mathcal{R}_3) \subseteq (\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_2) \cap (\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_3)$.
 - (c) Ukážte, že v tvrdení v časti b) rovnosť platiť nemusí.
2. Nech $A = \{1, 2, 3, 4\}$ a nech $\mathcal{R} = \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 2)\}$.
 - (a) Napíšte maticovú reprezentáciu relácie \mathcal{R} .
 - (b) Použite binárne násobenie matíc a pomocou neho nájdite $M(\mathcal{R}^2)$.
 - (c) Pomocou binárneho násobenia matíc nájdite aj $M(\mathcal{R}^3)$ a $M(\mathcal{R}^4)$.
3. Urobte podrobný dôkaz časti **a) Vety 1** z poslednej (24.2.) prednášky.
4. Urobte podrobný dôkaz časti **c) Vety 2** z poslednej (24.2.) prednášky. Ukážte aj, že rovnosť v tomto tvrdení nemusí platiť.
5. Ako je to s opačnými implikáciami v tvrdeniach **Vety 5**? Dokážte ich alebo vyvráťte.
6. Pre funkciu $g(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ definovanú nasledovne
$$g(x) = \lceil x \rceil = \text{najmenšie celé číslo väčšie alebo rovné } x,$$
dokážte alebo vyvráťte:
$$\lceil x + y \rceil = \lceil x \rceil + \lceil y \rceil.$$