
Domáca úloha 10 Diskrétna matematika II Leto 2009-10

Zadané: Streda, 12. máj

Odovzdať: Do piatku **21.mája** vášmu cvičiacemu.

Tí študenti, ktorí plánujú ísť na skúšku už v pondelok 17.5., musia úlohu odovzdať do tohto piatka 14.5., aby sa dal uzavrieť ich semester.

Príklady vypracujte podrobne. Píšte tak, aby človek, ktorý bude vašu úlohu kontrolovať, mohol ľahko sledovať vaše argumenty a sled vašich myšlienok. Výsledok bez zdôvodnenia nestačí. Neodpisujte riešenia iných. Každý príklad napíšte na novú stranu papiera a viditeľne označte, o ktorý príklad ide. Používajte notáciu a terminológiu, ktorú sme zaviedli na prednáške a cvičeniach. Veľa zdaru!

Úloha je za 10 bodov

1. Riešte nasledujúce rekurentné vzťahy (žiaden z výsledkov by nemal obsahovať komplexné číslo):

(a) $a_{n+2} + a_n = 0, n \geq 0, a_0 = 0, a_1 = 3$

(b) $a_n - 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 0, n \geq 2, a_0 = 5, a_1 = 12$

(c) $a_n + 2a_{n-1} + 2a_{n-2} = 0, n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 3$

2. Ak vieme, že $a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 4$ a $a_3 = 37$, vyriešte rekurentný vzťah $a_{n+2} + ba_{n+1} + ca_n = 0$, kde b, c sú konštanty. Určte b, c a riešte pre a_n .

3. Nájdite a *vyriešte* rekurentný vzťah, ktorý vyjadří počet binárnych postupností dĺžky n , ktoré neobsahujú dve po sebe idúce nuly.

4. Abeceda Σ pozostáva zo štyroch číselných znakov $1, 2, 3, 4$ a siedmych písmen a, b, c, d, e, f, g . Nájdite a vyriešte rekurentný vzťah, ktorý vyjadří počet slov dĺžky n (v Σ^*), ktoré neobsahujú žiadne po sebe idúce písmená.

5. Vyriešte nasledujúce rekurentné vzťahy:

(a) $a_{n+1} - a_n = 2n + 3, n \geq 0, a_0 = 1$

(b) $a_{n+1} - 2a_n = 5, n \geq 0, a_0 = 1$

(c) $a_{n+2} + 3a_{n+1} + 2a_n = 3^n, n \geq 0, a_0 = 0, a_1 = 1$