

4. a 5. domáca úloha z predmetu 1-AIN-120 Diskrétna matematika (1) ZS 2014/15

Ján Komara

4. decembra 2014

Pokyny

Príklady vypracujte podrobne. Píšte tak, aby človek, ktorý bude vašu úlohu kontrolovať, mohol ľahko sledovať vaše argumenty a tiež sled vašich myšlienok (skúste sa vžiť do jeho situácie). Výsledok bez zdôvodnenia nestačí. Za výsledok bez postupu (hoci správny) nebudete môcť dostať plný počet bodov.

Neodpisujte riešenia iných. Napíšte len to, čomu naozaj rozumiete a čomu veríte. Cieľom týchto úloh je totiž sa niečo naučiť a precvičiť si to. Zjavne odpísané úlohy dostanú 0 bodov. Pri opakovanom porušení sa prípad posunie pred disciplinárnu komisiu fakulty.

Nad príkladmi nemusíte samozrejme rozmýšľať v tom poradí, v akom sú zadané. Odovzdať ich napísané v tomto poradí ale musíte (aby sa vo vašom riešení dalo vyznať). Viditeľne označte začiatok každého príkladu. Ak riešenie niektorého príkladu neodovzdávate, napíšte aj tak jeho číslo a vynechajte trochu miesta.

Používajte notáciu a terminológiu, ktorú sme zaviedli na prednáške a cvičeniach. Úlohu môžete konzultovať s vašim cvičiacim alebo navštívte akademické podporné centrum (pondelok 14:00 - 15:40 v I-23).

Odovzdať:

v MOODLE do 18:00 piatok, 12. decembra.

Úlohu musíte odovzdať ako *pdf súbor*.

Úloha je za 16 bodov.

1. príklad

Dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí

$$\sum_{i=0}^n i3^i = \frac{3^{n+1}(2n-1) + 3}{4}.$$

2. príklad

Dokážte, že pre každé prirodzené číslo $n \geq 5$ platí $n^2 < 2^n$.

3. príklad

Nech f_n je postupnosť prirodzených čísel definovaná vzťahom:

$$\begin{aligned} f_0 &= 0 \\ f_1 &= 1 \\ f_2 &= 2 \\ f_{n+3} &= f_{n+2} + 2f_{n+1} + 3f_n + 4. \end{aligned}$$

Uvažujme ďalej funkciu g definovanú primitívnou rekurziou so substitúciou v parametroch:

$$\begin{aligned} g(0, a, b, c) &= a \\ g(n+1, a, b, c) &= g(n, a+2b+3c+4, a, b). \end{aligned}$$

Dokážte, že platí

$$f_{n+2} = g(n, 2, 1, 0).$$